

ECONOMETRIA I

Prova n.º 1

Ano lectivo: 2017/2018

Data: 13/04/2018

Nome: _____ N.º: _____

Observações:

- *Duração: 2 horas.*
 - *O teste é individual e sem consulta.*
 - *Todos os cálculos deverão ser efectuados na folha de teste.*
 - *As questões podem ser resolvidas a lápis.*
-

1. Suponha que a Direcção-Geral de Viação (DGV) pretende estudar o efeito da ingestão de álcool na gravidade dos acidentes rodoviários. Por isso, recolheu uma amostra aleatória relativa a 1500 acidentes ocorridos no ano 2015 e estimou o seguinte modelo:

$$\ln(\text{custos}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(\text{alcool}) + \beta_2 \text{cil} + u,$$

onde *custos* representa o total de custos, em euros, relacionados com o acidente (cujos valores se presume representarem a gravidade do acidente), *alcool* a taxa de alcoolémia, em g/l, do condutor causador do acidente e *cil* a cilindrada, em cc, do veículo que conduzia.

[2.0] a) Interprete os parâmetros β_1 e β_2 e indique os seus sinais esperados, justificando.

[2.0] b) Um dos investigadores da DGV argumenta que a idade do condutor também influencia significativamente a gravidade dos acidentes, embora não de uma forma linear. Segundo ele, tanto os condutores mais jovens como os mais velhos são menos cuidadosos na sua condução que os restantes. Escreva um novo modelo de regressão que, além de conter as variáveis anteriores, permita testar esta hipótese.

[2.0] c) Será que algum dos modelos formulados permite atingir o objectivo traçado pela DGV? Justifique a sua resposta tendo por base dois exemplos de outras variáveis que poderão influenciar a gravidade dos acidentes.

2. Pretende-se explicar o preço de uma casa (y), medido em milhares de euros, em função de algumas das suas características: o número de anos (x_1), a área em m^2 (x_2) e o número de quartos (x_3). Estimou-se o seguinte modelo a partir de uma amostra de 321 observações:

$$\hat{y} = 7.409 - 0.910x_1 + 19.982 \ln(x_2) + 10.005x_3, \quad R^2 = 0.568$$

[2.0] a) O Sr. A colocou a sua casa à venda em Abril de 2015. Como não conseguia executar a venda, em 2016 resolveu fazer umas obras: dividiu um quarto com $20m^2$ em dois, um com $11m^2$ e outro com $9m^2$. Neste momento (Abril de 2018), qual é a valorização/desvalorização da casa relativamente ao momento em que foi colocada à venda?

[2.0] b) Estime o preço actual de uma casa com $200 m^2$ de área, 4 quartos e construída em 1993.

3. Considere que num determinado estudo sobre a relação entre os lucros empresariais (Y), medido em euros, o nível de qualificação dos trabalhadores (X_1), medido em anos de escolaridade, e as despesas em publicidade (X_2), medida em euros, se conhecem os seguintes resultados:

$$\hat{Y} = 9.73 + 0.659X_1 + 0.623 \ln(X_2); \quad n = 16; \quad \hat{\sigma}^2 = 0.152; \quad X'Y = \begin{bmatrix} 184 \\ 280.17 \\ 231.85 \end{bmatrix}$$

[2.0] **a)** Apresente um coeficiente que lhe permita avaliar o grau de ajustamento do modelo e interprete-o.

[2.0] **b)** Admita agora que tanto os lucros como as despesas em publicidade passam a estar medidas em milhares de euros. Apresente a nova recta de regressão estimada.

4. Com base numa amostra de **95** observações estimaram-se os seguintes modelos:

$$(1) \hat{Y} = \underset{(111.11)}{623.10} + \underset{(0.03)}{0.09} X_1 + \underset{(0.01)}{0.02} X_2 + \underset{(0.14)}{0.32} X_3, \quad R^2 = 0.5343$$

$$(2) \hat{Y} = \underset{(333.33)}{823.10} + \underset{(0.04)}{0.11} X_1 + \underset{(0.01)}{0.01} X_2 + \underset{(0.15)}{0.33} X_3 - \underset{(1.11)}{4.06} X_4, \quad R^2 = 0.5432$$

$$(3) \hat{Y} = \underset{(222.22)}{786.07} + \underset{(0.21)}{0.53} X_3 + \underset{(5.55)}{21.53} X_4, \quad R^2 = 0.5109$$

Comente as seguintes afirmações, justificando o seu comentário através da realização de testes apropriados (utilize um nível de significância de 5%):

[2.0] **a)** “A influência conjunta das variáveis X_1 e X_2 sobre Y não parece ser estatisticamente significativa”.

[2.0] **b)** “No modelo (3), ambas as variáveis explicativas são individualmente significativas”.

[2.0] **c)** “A capacidade explicativa do modelo (1) é nula”.

FORMULÁRIO E TABELAS

<u>Regressão linear simples</u>	<u>Regressão linear múltipla</u>
$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}, \hat{\beta}_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$	$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$
$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$	$\text{Var}(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$
$\underbrace{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}_{SQT} = \underbrace{\hat{\beta}_1^2 \sum (X_i - \bar{X})^2}_{SQE} + \underbrace{\sum \hat{u}_i^2}_{SQR}$	$\underbrace{(Y'Y - n\bar{Y}^2)}_{SQT} = \underbrace{(\hat{\beta}'X'Y - n\bar{Y}^2)}_{SQE} + \underbrace{\hat{u}'\hat{u}}_{SQR}$

$$\hat{\beta} \pm t_{n-p}^{\alpha/2} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} \quad t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j}} \quad F = \frac{SQR_* - SQR}{SQR} \frac{n-p}{q} = \frac{R^2 - R_*^2}{1 - R^2} \frac{n-p}{q}$$

Valores críticos da distribuição t-Student

gl	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Valores críticos da distribuição F-Snedcor

gl ^{num→} den↓	1%					5%				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37
90	6,93	4,85	4,01	3,54	3,23	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21